

تمرین ۱- سری فوریه تابع

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ 1 & 0 < x < \pi, \end{cases} \quad f(x+2) = f(x)$$

را بیابید و همگرایی آن را مشخص کنید.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4} \quad (\text{آ}) \text{ نشان دهید}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8} \quad (\text{ب}) \text{ با استفاده از تساوی پارسوال نشان دهید}$$

$$(\text{پ}) \text{ مقداری سری } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \text{ را بیابید.}$$

تمرین ۲- (آ) سری فوریه تابع $f(x) = x$, $-\pi < x \leq \pi$ را بیابید.

$$(\text{ب}). \text{ مقدار سری } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-1}{2n-1}\right)^n \text{ را محاسبه کنید.}$$

$$(\text{پ}). \text{ مقدار سری } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \text{ را محاسبه کنید.}$$

تمرین ۳- (آ) سری فوریه تابع $f(x) = x^2$, $-\pi < x < \pi$, $f(x+2) = f(x)$ را بیابید.

$$(\text{ب}) \text{ مقدار سری } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \text{ را محاسبه کنید.}$$

$$(\text{پ}) \text{ مقدار سری } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \text{ را محاسبه کنید.}$$

تمرین ۴- سری فوریه سینوسی و سری فوریه کسینوسی تابع $f(x) = x$ ، $0 < x < \pi$ را بیابید و با

استفاده از آن‌ها مجموع سری‌های $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ ، $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ ، $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ ، $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4}$ را محاسبه کنید.

موفق باشید- خواجه نوری